

## 基于幂 Pignistic 概率距离的加权证据组合方法

朱京伟, 王晓丹, 宋亚飞, 黄文龙

(空军工程大学防空反导学院, 陕西 西安 710051)

**摘 要:** 针对现有的相似性/相异性测度在量化证据冲突时存在的不足, 定义一种新的被称为幂 Pignistic 概率距离的相异性测度, 并提出基于幂 Pignistic 概率距离的加权证据组合方法。该方法通过幂 Pignistic 概率距离量化两证据之间的冲突程度, 然后建立相似性矩阵并求得各证据的可信度, 再用加权平均法修正证据, 最后利用 Dempster 规则进行组合。数值算例的结果表明, 所提方法是合理有效的。

**关键词:** D-S 证据理论; 幂集分配 Pignistic 概率函数; 幂 Pignistic 概率距离; 相似性/相异性测度

**中图分类号:** TP391

**文献标识码:** A

**doi:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2018003

## Weighted evidence combination method based on power-Pignistic probability distance

ZHU Jingwei, WANG Xiaodan, SONG Yafei, HUANG Wenlong

Air and Missile Defence College, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China

**Abstract:** To deal with the shortcomings encountered when using the existing similarity/dissimilarity measures to quantify evidence conflict, a new dissimilarity measure called power-Pignistic probability distance was defined. Furthermore, a weighted evidence combination method was proposed based on power-Pignistic probability distance. The conflict degree between two pieces of evidence was quantified by the power-Pignistic probability distance. After that, a similarity measure matrix was constructed, based on which the credibility of evidence was obtained. Then the weighted average method was used to revise the evidence. Finally, the fusion was accomplished by using Dempster's rule. The results of the numerical examples show the efficiency and rationality of the proposed method.

**Key words:** Dempster-Shafer evidence theory, power-set-distribution Pignistic probability function, power-Pignistic probability distance, similarity/dissimilarity measure

### 1 引言

D-S 证据理论<sup>[1]</sup>中的 Dempster 规则可以组合冲突较小的证据, 但对于冲突较大的证据, 组合结果往往不合理, 如 Zadeh 悖论<sup>[2]</sup>。针对如何组合冲突较大的证据这一问题, 研究者们开展了大量的工作, 提出的方法可分为 2 类: 第一类方法<sup>[3-8]</sup>用新的证据组合规则取代 Dempster 规则; 第二类方法则

对证据进行预处理, 降低冲突后, 使用 Dempster 规则进行组合。第一类方法不具备 Dempster 规则的结合律, 不便于处理大量证据。而且如果冲突是由传感器故障导致的, 将其归咎于组合规则也是不合理的。基于以上原因, 本文研究第二类方法, 即证据预处理方法。

证据预处理方法的对象可以是证据集中的所有证据, 也可以是冲突较大的部分证据<sup>[9,10]</sup>, 常用

收稿日期: 2017-03-30; 修回日期: 2017-12-02

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61273275, No.60975026, No.61703426, No.61503407); 航空科学基金资助项目 (No.20151996015)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61273275, No.60975026, No.61703426, No.61503407), The Aviation Science Foundation of China (No.20151996015)

的方法主要分为 2 类: 1) 以“证据折扣”思想为基础, 依据证据权重对其进行折扣以产生新的证据<sup>[11-15]</sup>; 2) 平均法<sup>[16-18]</sup>, 包括 Murphy 提出的简单平均法和文献[17]提出的加权平均法, 前者在计算时赋予各证据的权重相同, 后者赋予各证据的权重不同。

目前, 证据权重主要是基于证据间的相似性/相异性测度来获取的, Jousselme<sup>[19]</sup>对这些测度做了较全面的介绍并按性质进行分类, 有代表性的包括: 被分类为标准测度的 Jousselme<sup>[20]</sup>距离、被分类为伪测度 (pseudo-metric) 的 Pignistic 概率距离<sup>[21]</sup>、被分类为半伪测度 (semi-pseudo-metric) 的角度相似性测度<sup>[13]</sup>等。其中, 标准测度性质最优, 得到的结果基本合理。伪测度和半伪测度都有局限性, 单独作为相似性/相异性测度使用时, 在一些特殊情况下会得到不合理的结果。部分研究者<sup>[22,23]</sup>将它们相互结合, 构建出新的相似性/相异性测度, 但当其中包含伪测度或半伪测度时, 其性能如何、在特殊情况下是否会得到不合理的结果, 这些问题都需要进一步研究。

为了从冲突证据中获得合理的组合结果, 本文从证据预处理的思想出发, 定义了幂集分配 Pignistic 概率函数, 构建了幂 Pignistic 概率距离, 并提出了相应的加权证据组合方法。

## 2 基本理论

在 D-S 证据理论中,  $\Omega$  为辨识框架, 它是一个非空集合, 其中的元素是详尽且相互独立的,  $2^\Omega$  为  $\Omega$  的幂集。

**定义 1<sup>[1]</sup>** 设  $\Omega$  为一辨识框架,  $A$  是  $\Omega$  的子集,  $A \neq \emptyset$ , 如果函数  $m: 2^\Omega \rightarrow [0,1]$  满足式(1)的 2 个条件, 则称其为  $\Omega$  上的一个基本概率分配 (BPA, basic probability assignment) 函数。

$$m(\emptyset) = 0 \text{ 且 } \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1 \quad (1)$$

对于  $\forall A \subseteq \Omega$ , 如果  $m(A) > 0$ , 则称  $A$  为  $\Omega$  的一个焦点,  $m(A)$  为  $A$  的基本概率质量, 它反映了证据对  $A$  的信任度。

**定义 2<sup>[1]</sup>** 设  $m_1$  和  $m_2$  为辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA,  $m_{1 \oplus 2}$  为使用 Dempster 规则组合  $m_1$  和  $m_2$  得到的结果, 则有

$$m_{1 \oplus 2}(A) = \begin{cases} \frac{1}{1-k} \sum_{B \cap C = A} m_1(B)m_2(C), & A \neq \emptyset \\ 0, & A = \emptyset \end{cases} \quad (2)$$

其中,

$$k = \sum_{B \cap C = \emptyset} m_1(B)m_2(C) \quad (3)$$

$k$  为冲突系数, 当  $k=1$  时, 表示 2 个证据完全冲突, 不能使用 Dempster 规则进行组合。  $k$  为最早被用于度量证据间冲突大小的测度, 但在一些情况下得到的结果并不合理。

**定义 3<sup>[4]</sup>** 设  $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  为一辨识框架,  $\{\theta_i\} (1 \leq i \leq n)$  称为  $\Omega$  的一个单子集,  $m$  为  $\Omega$  上的一个 BPA, 则与  $m$  相应的 Pignistic 概率函数定义为

$$BetP_m(\theta_i) = \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \frac{|\theta_i \cap A|}{|A|} = \sum_{\theta_i \in A, A \subseteq \Omega} \frac{m(A)}{|A|} \quad (4)$$

其中,  $A \neq \emptyset$ ,  $|A|$  表示集合  $A$  的势。对于  $B \subseteq \Omega$ , 有

$$BetP_m(B) = \sum_{A \subseteq \Omega} m(A) \frac{|B \cap A|}{|A|}$$

或  $BetP_m(B) = \sum_{\theta_i \in B, B \subseteq \Omega} BetP_m(\theta_i) \quad (5)$

Pignistic 概率函数是将分布于  $2^\Omega$  上的 BPA 转换为分布于  $\Omega$  上的 Pignistic 概率, 这种转换不是一一对应的, 存在较大的信息损失。

## 3 证据间的相似性/相异性测度

在现有研究中, 常用的、有代表性的相似性/相异性测度包括: Pignistic 概率距离, Jousselme 距离以及角度相似性测度。近年来, 一些新测度也相继出现, 如文献[14]提出了支持概率距离, 文献[15]结合 Pignistic 概率距离和 Tanimoto 测度提出了一种相似性测度。

Tessem<sup>[21]</sup>基于 Pignistic 概率函数提出了 Pignistic 概率距离, 具体定义如下。

**定义 4** 设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA,  $BetP_{m_1}$  和  $BetP_{m_2}$  是它们各自对应的 Pignistic 概率函数, 则  $m_1$  和  $m_2$  之间的 Pignistic 概率距离定义为

$$difBetP_{m_1}^{m_2} = \max_{A \subseteq \Omega} (|BetP_{m_1}(A) - BetP_{m_2}(A)|) \quad (6)$$

为了便于描述, 在本文中, 用  $d_{Bet}$  表示  $difBetP$ 。受  $BetP$  影响,  $d_{Bet}$  为存在于  $\Omega$  上的距离, 损失了较多信息。  $d_{Bet}$  为一种证据间的相异性测度, 其对应的相似性测度可定义为  $1 - d_{Bet}$ 。

Jousselme<sup>[20]</sup>提出一种存在于  $2^\Omega$  上的证据距离, 具体定义如下。

**定义 5** 设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA, 它们之间的 Jousselme 距离定义为

$$d_J(m_1, m_2) = \sqrt{\frac{1}{2}(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)^T \underline{D}(\bar{m}_1 - \bar{m}_2)} \quad (7)$$

其中,  $\bar{m}$  是由 BPA 生成的  $2^{|\Omega|}$  维的列向量,  $\underline{D}$  是一个  $2^{|\Omega|} \times 2^{|\Omega|}$  维的矩阵,  $\underline{D}$  中的元素是

$$J(A, B) = \frac{|A \cap B|}{|A \cup B|}, A \text{ 和 } B \text{ 是 } \Omega \text{ 的非空子集。} d_J \text{ 是}$$

一种证据间的相异性测度, 其对应的相似性测度可定义为  $1 - d_J$ 。

Wen 等<sup>[13]</sup>提出了一种证据间的角度相似性测度, 具体定义如下。

**定义 6** 设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA, 它们之间的角度相似性测度定义为

$$sim(m_1, m_2) = \cos \theta = \frac{\langle \bar{m}_1, \bar{m}_2 \rangle}{\|\bar{m}_1\| \|\bar{m}_2\|} \quad (8)$$

其中,  $\bar{m}$  是由 BPA 生成的  $2^{|\Omega|}$  维的列向量,  $\theta$  是  $\bar{m}_1$  和  $\bar{m}_2$  之间的角度,  $\langle \bar{m}_1, \bar{m}_2 \rangle$  是  $\bar{m}_1$  和  $\bar{m}_2$  的内积,  $\|\bar{m}\|$  是  $\bar{m}$  的范数。

文献[14]提出了支持概率函数以及相应的支持概率距离, 它们的具体定义如下。

**定义 7** 设  $m$  是辨识框架  $\Omega$  上的一个 BPA,  $S$  是  $m$  的焦点, 则  $m$  的支持概率函数定义为

$$SPFE_m(A) = \sum_{B \subseteq A} \frac{|A \cap B|}{|B|} m(B) \quad (9)$$

**定义 8** 设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA,  $SPFE_{m_1}$  和  $SPFE_{m_2}$  是它们各自对应的支持概率函数, 则  $m_1$  和  $m_2$  之间的支持概率距离定义为

$$difSPFE_{m_1}^{m_2} = \max_{A \subseteq \Omega} (|SPFE_{m_1}(A) - SPFE_{m_2}(A)|) \quad (10)$$

为了便于描述,  $d_{SP}$  表示  $difSPFE$ 。  $d_{SP}$  为一种证据间的相异性测度, 其对应的相似性测度可定义为  $1 - d_{SP}$ 。

文献[15]在 Pignistic 概率函数的基础上, 结合 Tanimoto 测度的思想, 提出了一种相似性测度。具体定义如下。

**定义 9** 设  $m_1$  和  $m_2$  为辨识框架  $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\}$  上 2 个相互独立的 BPA, 使用 Pignistic 概率函数将它们转化为只包含单子集的 BPA, 表示为  $m'_1$  和  $m'_2$ , 则  $m'_1$  和  $m'_2$  之间的相似性测度定义为

$$sim(m'_1, m'_2) = \frac{\sum_{i=1}^n m'_1(A'_i) m'_2(A'_i)}{\sum_{i=1}^n m'_1(A'_i)^2 + \sum_{i=1}^n m'_2(A'_i)^2 - \sum_{i=1}^n m'_1(A'_i) m'_2(A'_i)} \quad (11)$$

其中,

$$\begin{aligned} m' &= (BetP_m(\theta_1), BetP_m(\theta_2), \dots, BetP_m(\theta_n)) \\ &= (m'(A'_1), m'(A'_2), \dots, m'(A'_n)) \end{aligned} \quad (12)$$

为了便于描述, 用  $sim_{\tau_a}$  表示  $sim(m'_1, m'_2)$ 。

#### 4 幂集分配 Pignistic 概率函数及幂 Pignistic 概率距离

设  $m_1(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}) = 1$  为辨识框架  $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$  上的一个 BPA,  $\{\theta_i\} (1 \leq i \leq 3)$  称为  $\Omega$  的一个单子集。BPA 中所包含的信息一般的解释为  $\Omega$  中的任意一个单子集的信任度都可能为 1, 这里, 共有 3 个单子集, 分别为  $\{\theta_1\}$ 、 $\{\theta_2\}$ 、 $\{\theta_3\}$ 。Pignistic 概率函数就是基于这种解释提出的, 它将 BPA 中复合焦点的  $m$  值平均分配给复合焦点中的单子集, 从而将分布于  $2^\Omega$  上的 BPA 转换为分布于  $\Omega$  上的 Pignistic 概率。但这种转换不是一一对应的, 存在较大的信息损失。

为了减少信息损失, 需要将这种转换变为一一对应的。可行的方法是将 BPA 中复合焦点的  $m$  值基于  $2^\Omega$  进行分配, 由于  $\emptyset$  的  $m$  值始终为 0, 所以  $\emptyset$  不参与分配, 将 BPA 中复合焦点的  $m$  值平均分配给复合焦点的非空子集。这样就产生了一种改进的 Pignistic 概率函数, 它可将分布于  $2^\Omega$  上的 BPA 转换为分布于  $2^\Omega$  上的 Pignistic 概率, 是一一对应的, 信息损失小。

在这种情况下, 要解释  $m_1(\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}) = 1$  中所包含的信息, 本文给出的解释如下:  $\Omega$  中的任意一个非空子集的信任度都可能为 1, 这里, 共有 7 个非空子集, 分别是  $\{\theta_1\}$ 、 $\{\theta_2\}$ 、 $\{\theta_3\}$ 、 $\{\theta_1, \theta_2\}$ 、 $\{\theta_1, \theta_3\}$ 、 $\{\theta_2, \theta_3\}$ 、 $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ 。由于改进的 Pignistic 概率函数在  $2^\Omega$  上进行转换, 所以称其为幂集分配 Pignistic 概率函数(power-set-distribution Pignistic probability function), 用符号  $PBetP$  表示。下面给

出其详细定义。

**定义 10** 设  $\Omega$  为一辨识框架,  $A$  和  $B$  是  $\Omega$  的子集,  $A \neq \emptyset$ ,  $m$  是  $\Omega$  上的一个 BPA, 则与  $m$  相应的幂集分配 Pignistic 概率函数  $PBetP_m: 2^\Omega \rightarrow [0,1]$  定义为

$$PBetP_m(B) = \sum_{A, B \subseteq \Omega} m(A) \frac{2^{|B \cap A|} - 1}{2^{|A|} - 1} \quad (13)$$

其中,  $|A|$  为集合  $A$  的势。

基于幂集分配 Pignistic 概率函数, 可以构建 Pignistic 概率距离, 具体定义如下。

**定义 11** 设  $m_1$  和  $m_2$  为辨识框架  $\Omega$  上 2 个相互独立的 BPA,  $PBetP_{m_1}$  和  $PBetP_{m_2}$  为它们各自对应的幂集分配 Pignistic 概率函数, 则  $m_1$  和  $m_2$  之间的 Pignistic 概率距离定义为

$$difPBetP_{m_1}^{m_2} = \max_{A \subseteq \Omega} (|PBetP_{m_1}(A) - PBetP_{m_2}(A)|) \quad (14)$$

为了便于描述, 用  $d_{PBet}$  表示  $difPBetP$ 。受  $PBetP$  影响,  $d_{PBet}$  是存在于  $2^\Omega$  上的距离, 与  $d_{Bet}$  存在于  $\Omega$  上相比, 它包含的信息更全面、更准确。 $d_{PBet}$  是一种 BPA 间的相异性测度, 其对应的相似性测度可定义为  $1 - d_{PBet}$ 。

Jousselme 等<sup>[20]</sup>提出的  $d_J$  能够准确地量化 2 个 BPA 之间的相异性, 应用广泛。 $d_J$  可以根据式(7)计算, 其中,  $\bar{m}_1$  和  $\bar{m}_2$  是由 BPA 生成的列向量,  $\underline{D}$  是一个  $2^{|\Omega|} \times 2^{|\Omega|}$  维的矩阵, 易知  $\bar{m}_1$ 、 $\bar{m}_2$  以及  $\underline{D}$  的计算量随辨识框架  $\Omega$  单子集数量的增加呈指数增长。由于式(7)只包含矩阵乘法等简单运算, 所以  $d_J$  的计算量取决于  $\bar{m}_1$ 、 $\bar{m}_2$  以及  $\underline{D}$  的计算量, 也随辨识框架  $\Omega$  中单子集数量的增加呈指数增长。本文提出的  $d_{PBet}$  可以根据式(14)计算, 由于其中只包含取最大值等简单运算, 所以  $d_{PBet}$  的计算量取决于

$PBetP$  的计算量。而由式(13)易知,  $PBetP$  的计算量随辨识框架  $\Omega$  中单子集数量的增加呈指数增长, 故  $d_{PBet}$  的计算量也随辨识框架  $\Omega$  中单子集数量的增加呈指数增长。综上,  $d_J$  和  $d_{PBet}$  的计算量都随辨识框架  $\Omega$  中单子集数量的增加呈指数增长, 二者的计算量差别不大, 在同一水平上。由于  $d_J$  应用广泛, 其计算量在可接受范围内, 所以  $d_{PBet}$  的计算量也是可接受的。

为了验证相异性测度  $d_{PBet}$  的合理性, 下面通过算例将其与  $d_{Bet}^{[21]}$ 、 $sim_{Ta}^{[15]}$ 、 $d_{SP}^{[14]}$ 、 $d_J^{[20]}$ 、 $\cos\theta^{[13]}$  进行比较。在比较时, 需要将它们统一转化为相似性测度, 即  $1 - d_{Bet}^{[21]}$ 、 $sim_{Ta}^{[15]}$ 、 $1 - d_{SP}^{[14]}$ 、 $1 - d_J^{[20]}$ 、 $\cos\theta^{[13]}$ 、 $1 - d_{PBet}$ 。例 1 的数据来源于文献[24], 后者的辨识框架中包含 6 个单子集, 为了简化计算, 本文将辨识框架中单子集的数量减少至 3 个, 使其余数据保持不变。

**例 1** 设  $m_1$  和  $m_2$  为辨识框架  $\Omega = \{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$  上 2 个相互独立的 BPA,  $\Omega$  共有  $2^3 - 1 = 7$  个非空子集。使  $m_1\{\theta_3\} = 1$  且一直保持不变, 而使  $m_2$  不断变化,  $m_2$  的变化过程如下。在第一个事件发生时,  $m_2$  中 7 个焦元的  $m$  值相等, 都为  $\frac{1}{7}$ ; 由第一个事件变为第二个事件时, 将  $m_2\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$  的值增加  $\Delta$  ( $0 \leq \Delta \leq \frac{6}{7}$ ), 同时将其他 6 个焦元的  $m$  值减小  $\frac{\Delta}{6}$ , 以保证  $\sum_{A \subseteq \Omega} m(A) = 1$ ; 重复这种变化以产生新的事件, 直到第 20 个事件时停止。为了使第 20 个事件发生时的 BPA 为  $m_1\{\theta_3\} = 1$ ,  $m_2\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = 1$ , 需

设置  $\Delta = \frac{(1 - \frac{1}{7})}{19} = \frac{6}{133}$ 。表 1 列出了  $m_2$  在这 20 个事件中的变化情况。分别用  $1 - d_{Bet}^{[21]}$ 、 $sim_{Ta}^{[15]}$ 、

表 1  $m_2$  的变化情况

事件	$m_2(\theta_1)$	$m_2(\theta_2)$	$m_2(\theta_3)$	$m_2(\theta_1, \theta_2)$	$m_2(\theta_1, \theta_3)$	$m_2(\theta_2, \theta_3)$	$m_2(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$
1	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{7}$
2	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} + \Delta$
3	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{2\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} + 2\Delta$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
19	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} - \frac{18\Delta}{6}$	$\frac{1}{7} + 18\Delta$
20	0	0	0	0	0	0	1

$1-d_{SP}^{[14]}$ 、 $1-d_J^{[20]}$ 、 $\cos\theta^{[13]}$ 和 $1-d_{PBet}$ 度量  $m_1$  和  $m_2$  间的相似性，图 1 描述了它们各自的变化情况，表 2 列出了它们在这 20 个事件中的值。

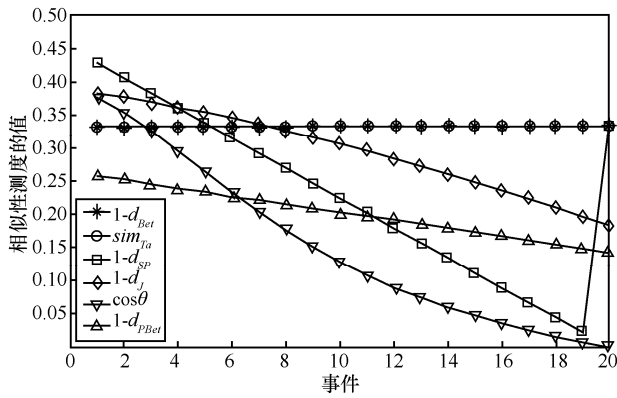


图 1 6 种相似性测度的变化情况

例 1 和文献[24]除辨识框架包含的单子集数量不同外，其余数据完全相同，前者的单子集数量为 3 个，后者的单子集数量为 6 个。由于单子集数量对计算结果影响很大，所以 2 个算例的计算结果完全不同，主要体现在 2 个方面：1)文献[24]的例子只

对  $d_{Bet}^{[21]}$ 和  $d_J^{[20]}$ 这 2 种测度的结果进行了计算和比较，而在例 1 中，本文对  $1-d_{Bet}^{[21]}$ 、 $sim_{Ta}^{[15]}$ 、 $1-d_{SP}^{[14]}$ 、 $1-d_J^{[20]}$ 、 $\cos\theta^{[13]}$ 、 $1-d_{PBet}$  的 6 种测度的结果进行了计算和比较；2) 2 个算例中， $d_{Bet}^{[21]}$ 和  $d_J^{[20]}$ 这 2 种测度的计算结果也是不同的。表 2 中的所有结果是本文计算所得，图 1 是根据表 2 中的结果绘制的，两者都是原始工作，与已有文献中的工作无重复部分。

**分析** 在例 1 中，从第一个事件到第 20 个事件， $m_1$  一直完全支持焦点  $\{\theta_3\}$ ， $m_2$  刚开始部分支持焦点  $\{\theta_3\}$ ，经过缓慢的变化，最后完全支持另一个焦点  $\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\}$ ，易知， $m_1$  和  $m_2$  之间的相似性在不断变化，且是在变小，合理的相似性测度的值应该随着  $m_2$  的变化而不断减小。

如表 2 所示，在这 20 个事件中， $1-d_{Bet}^{[21]}$ 的图形和  $sim_{Ta}^{[15]}$ 的图形完全重合，它们的值都为 0.333 3，且保持不变，这与分析不符，是不合理的，说明  $1-d_{Bet}^{[21]}$ 和  $sim_{Ta}^{[15]}$ 无法正确地反映 BPA 之间的相似性； $1-d_{SP}^{[14]}$ 的值与 BPA 焦点的总数有很大关系，在前 19 个事件中， $m_1$  和  $m_2$  的焦点总数一直未发生变化，

表 2 6 种相似性测度的值

事件	$1-d_{Bet}$	$sim_{Ta}$	$1-d_{SP}$	$1-d_J$	$\cos\theta$	$1-d_{PBet}$
1	0.333 3	0.333 3	0.428 6	0.382 8	0.378 0	0.258 5
2	0.333 3	0.333 3	0.406 0	0.376 4	0.355 1	0.252 4
3	0.333 3	0.333 3	0.383 5	0.369 5	0.327 5	0.246 3
4	0.333 3	0.333 3	0.360 9	0.362 0	0.296 9	0.240 2
5	0.333 3	0.333 3	0.338 3	0.354 0	0.265 2	0.234 2
6	0.333 3	0.333 3	0.315 8	0.345 4	0.234 1	0.228 1
7	0.333 3	0.333 3	0.293 2	0.336 4	0.204 6	0.222 0
8	0.333 3	0.333 3	0.270 7	0.327 0	0.177 2	0.215 9
9	0.333 3	0.333 3	0.248 1	0.317 0	0.152 3	0.209 8
10	0.333 3	0.333 3	0.225 6	0.306 7	0.129 9	0.203 7
11	0.333 3	0.333 3	0.203 0	0.295 9	0.109 7	0.197 6
12	0.333 3	0.333 3	0.180 5	0.284 8	0.091 7	0.191 6
13	0.333 3	0.333 3	0.157 9	0.273 3	0.075 6	0.185 5
14	0.333 3	0.333 3	0.135 3	0.261 4	0.061 2	0.179 4
15	0.333 3	0.333 3	0.112 8	0.249 1	0.048 2	0.173 3
16	0.333 3	0.333 3	0.090 2	0.236 6	0.036 5	0.167 2
17	0.333 3	0.333 3	0.067 7	0.223 8	0.026 0	0.161 1
18	0.333 3	0.333 3	0.045 1	0.210 6	0.016 5	0.155 0
19	0.333 3	0.333 3	0.022 6	0.197 2	0.007 9	0.148 9
20	0.333 3	0.333 3	0.333 3	0.183 5	0	0.142 9

为 7 个,  $1-d_{SP}^{[14]}$  的值逐渐减小, 是合理的, 但在第 20 个事件发生时, 焦元总数发生了突变, 为 2 个, 导致  $1-d_{SP}^{[14]}$  的值突然变大, 与分析不符, 体现出  $1-d_{SP}^{[14]}$  的不稳定性;  $\cos\theta^{[13]}$  的值在这 20 个事件中逐渐减小, 这一点是合理的, 但是在第 20 个事件发生时, 它的取值为 0 是不合理的, 因为第 20 个事件发生时,  $m_1$  和  $m_2$  不是完全冲突的, 说明  $\cos\theta^{[13]}$  有缺点;  $1-d_j^{[20]}$  和  $1-d_{PBet}$  的变化情况都是合理的, 能够正确地反映出  $m_1$  和  $m_2$  之间相似性的变化情况。该算例说明,  $d_{PBet}$  的合理性比  $d_{Bet}^{[21]}$ 、 $sim_{Ta}^{[15]}$ 、 $d_{SP}^{[14]}$  以及  $\cos\theta^{[13]}$  的更好, 与  $d_j^{[20]}$  的合理性相当。

### 5 基于幂 Pignistic 概率距离的加权证据组合

为了有效处理冲突证据的组合问题, 文献[17]提出基于  $d_j$  的加权证据组合方法(简称  $d_j$  法), 本文用  $d_{PBet}$  作为相异性测度, 采用与文献[17]相同的组合方法, 从而提出一种基于  $d_{PBet}$  的加权证据组合方法, 简称为  $d_{PBet}$  法。

假设在辨识框架  $\Omega$  上有  $n(n \geq 3)$  个相互独立的 BPA,  $m_i$  和  $m_j$  表示其中任意的 2 个,  $d_{PBet}$  法的详细步骤如下。

**步骤 1** 计算任意 2 个 BPA 之间的  $d_{PBet}(m_i, m_j)$ , 对应的相似性测度可定义为

$$sim(m_i, m_j) = 1 - d_{PBet}(m_i, m_j) \quad (15)$$

当  $i=j$  时, 明显有  $sim(m_i, m_j) = 1$ 。为了便于表述, 用  $S_{ij}$  表示  $sim(m_i, m_j)$ 。

**步骤 2** 用求得的所有  $S_{ij}$  建立如下的相似性矩阵(SMM)为

$$SMM = \begin{bmatrix} 1 & S_{12} & \cdots & S_{1j} & \cdots & S_{1n} \\ S_{21} & 1 & \cdots & S_{2j} & \cdots & S_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{i1} & S_{i2} & \cdots & S_{ij} & \cdots & S_{in} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ S_{n1} & S_{n2} & \cdots & S_{nj} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

**步骤 3** 计算  $m_i$  的支持度  $sup(m_i)$ , 其定义为

$$sup(m_i) = \sum_{j=1, j \neq i}^n sim(m_i, m_j) \quad (17)$$

**步骤 4** 计算  $m_i$  的可信度  $crd(m_i)$  为

$$crd(m_i) = \frac{sup(m_i)}{\sum_{i=1}^n sup(m_i)} \quad (18)$$

$m_i$  的可信度  $crd(m_i)$  即可作为其权重  $\omega_i$ 。

**步骤 5** 依据证据权重  $\omega_i$  对证据源进行加权平均, 得到修正后的证据  $m'$ , 用 Dempster 规则将  $m'$  组合  $n-1$  次即可得到最终结果  $m_{\oplus}$ 。

### 6 算例仿真与分析

为了验证本文方法的有效性和优越性, 下面给出算例, 与其他方法进行比较分析。

**例 2** Zadeh 悖论。设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega = \{A, B, C\}$  上 2 个相互独立的 BPA, 具体如下所示。

$$m_1: m_1(A) = 0.99, m_1(B) = 0.01, m_1(C) = 0$$

$$m_2: m_2(A) = 0, m_2(B) = 0.01, m_2(C) = 0.99$$

**分析**  $m_1$  几乎完全认定  $A$  事件会发生,  $m_2$  几乎完全认定  $C$  事件会发生, 可知  $m_1$  和  $m_2$  冲突剧烈, 且它们都认为  $B$  事件几乎不可能发生, 合理的组合结果应该将最大的信任度赋予  $A$  和  $C$ 。分别使用 Dempster 规则<sup>[1]</sup>、Yager 法<sup>[3]</sup>、改进 Yager 法<sup>[5]</sup>以及本文方法对  $m_1$  和  $m_2$  进行组合, 得到的结果如表 3 所示。

可以看出, Dempster 规则<sup>[1]</sup>的组合结果认为  $B$  事件肯定会发生, 与直观分析不符; Yager 法<sup>[3]</sup>及改进 Yager 法<sup>[5]</sup>都将最大的信任度赋予未知项, 无法给出合理的结果; 本文方法赋予  $A$  和  $C$  的信任度为 0.499 9, 远大于  $B$  的 0.000 2, 与直观分析相一致。这说明: 在冲突剧烈的情况下, 本文方法的组合结果比其他 3 种方法的更合理。

**例 3**<sup>[8]</sup> 设  $m_1$  和  $m_2$  是辨识框架  $\Omega = \{A, B, C\}$  上 2 个相互独立的 BPA, 具体如下所示。

$$m_1: m_1(A) = 0.8, m_1(B) = 0.1, m_1(C) = 0.1$$

$$m_2: m_2(A) = 0.7, m_2(B) = 0.2, m_2(C) = 0.1$$

**分析**  $m_1$  和  $m_2$  都将较大的信任度赋予了  $A$ , 可知  $m_1$  和  $m_2$  冲突较小, 合理的组合结果应该将最大的信任度赋予  $A$ 。分别使用 Dempster 规则<sup>[1]</sup>、Yager 法<sup>[3]</sup>、改进 Yager 法<sup>[5]</sup>以及本文方法对  $m_1$  和  $m_2$  进行组合, 得到的结果如表 4 所示。

可以看出, 在冲突较小的情况下, 本文方法的组合结果是合理的, 其赋予  $A$  的信任度为 0.945 4, 与 Dempster 规则<sup>[1]</sup>的组合结果最接近, 且不存在未知量。这说明本文方法可用于处理冲突较小的情况。

表 3 4 种证据组方法的结果对比(例 2)

方法	$m_{1\oplus 2}(A)$	$m_{1\oplus 2}(B)$	$m_{1\oplus 2}(C)$	$m_{1\oplus 2}(\Omega)$
Dempster 规则	0	1	0	0
Yager 法	0	0.000 1	0	0.999 9
改进 Yager 法	0.182	0.004	0.182	0.632
本文方法	0.499 9	0.000 2	0.499 9	0

表 4 4 种证据组方法的结果对比(例 3)

方法	$m_{1\oplus 2}(A)$	$m_{1\oplus 2}(B)$	$m_{1\oplus 2}(C)$	$m_{1\oplus 2}(\Omega)$
Dempster 规则	0.949 2	0.033 9	0.016 9	0
Yager 法	0.560 0	0.020 0	0.010 0	0.410 0
改进 Yager 法	0.764 1	0.060 8	0.037 2	0.137 9
本文方法	0.945 4	0.037 8	0.016 8	0

通过例 4 验证 2 个问题: 1) 与采用其他相似性/相异性测度的方法相比, 本文方法( $d_{PBet}$  法)得到的结果是否更好; 2) 在加权证据组方法中,  $d_j$  和  $d_{PBet}$  哪一性质更好。验证第一个问题时, 分别使用 Dempster 规则<sup>[1]</sup>、Yager 法<sup>[3]</sup>、Wen 法<sup>[13]</sup>、Yu 法<sup>[14]</sup>、毕文豪法<sup>[15]</sup>、Murphy 法<sup>[16]</sup>、文献<sup>[17]</sup>的  $d_j$  法、 $d_{PBet}$  法共 8 种方法组合冲突证据, 比较组合结果。验证第 2 个问题, 对比  $d_j$  法<sup>[17]</sup>和  $d_{PBet}$  法的结果即可。

例 4 在某弹道目标综合识别系统中, 5 个传感器分别对目标进行探测并对其类别进行软判决, 已知待识别目标的类别可能为弹头、诱饵或碎片, 即辨识框架为  $\Omega = \{A(\text{弹头}), B(\text{诱饵}), C(\text{碎片})\}$ , 5 个传感器收集的证据所构成的 BPA 如下所示。

$$\begin{aligned}
 m_1: m_1(A) &= 0.5, m_1(B) = 0.2, m_1(C) = 0.3 \\
 m_2: m_2(A) &= 0, m_2(B) = 0.9, m_2(C) = 0.1 \\
 m_3: m_3(A) &= 0.55, m_3(B) = 0.1, m_3(A, C) = 0.35 \\
 m_4: m_4(A) &= 0.55, m_4(B) = 0.1, m_4(A, C) = 0.35 \\
 m_5: m_5(A) &= 0.6, m_5(B) = 0.1, m_5(A, C) = 0.3
 \end{aligned}$$

分别使用前面提到的 8 种方法对这些 BPA 进行组合, 第一次只组合  $m_1$  和  $m_2$ , 之后每次组合增加一个 BPA, 直到第 4 次组合全部 5 个 BPA, 得到的结果如表 5 所示。

分析 在例 4 中, 传感器 1、3、4、5 都将最大的信任度赋予了  $A$ , 只有传感器 2 将最大的信任度赋予了  $B$ , 与其他传感器是冲突的。综合考虑 5 个传感器提供的信息可知, 最终合理的组合结果应将最大的信任度赋予  $A$ 。

由表 5 可知: 在这 4 次组合中, 由 Dempster 规则<sup>[1]</sup>得到的结果赋予  $A$  的信任度始终为 0, 最终的识别结果为  $C$ , 是不合理的, 这是因为传感器 2 赋予  $A$  的信任度为 0, 导致组合过程中出现“一票否决”现象; Yager 法<sup>[3]</sup>赋予  $A$  的信任度也始终为 0, 它将冲突系数  $k$  的值赋予了未知项, 当 BPA 数量增多时, 由于未知项的信任度过大, 无法给出合理的结果; Wen 法<sup>[13]</sup>、Yu 法<sup>[14]</sup>、 $sim_{Ta}$  法<sup>[15]</sup>都属于证据折扣法, 使用的相似性/相异性测度分别为  $\cos\theta$ 、 $d_{SP}$ 、 $sim_{Ta}$ , 当只组合前 2 个 BPA 时, 这 3 种方法赋予  $A$  的信任度都为 0, 低于后面的 3 种加权平均法, 但当 BPA 分别为 3 个、4 个、5 个时, 它们都可以给出合理的结果, 且当 BPA 为 3 个和 4 个时, 它们赋予  $A$  的信任度比 Murphy 法<sup>[16]</sup>大, 收敛速度较快; Murphy 法<sup>[16]</sup>、 $d_j$  法<sup>[17]</sup>以及  $d_{PBet}$  法属于加权平均法, 当 BPA 分别为 3 个、4 个、5 个时, 它们都能给出合理的结果, 其中,  $d_{PBet}$  法的收敛速度最快, 它赋予  $A$  的信任度分别为 0.764 0、0.952 0、0.987 4, 都高于相同情况下的其他 7 种方法。

该算例表明: 1)  $d_{PBet}$  法在组合冲突证据时, 得到的结果合理, 且比其他 7 种方法收敛速度更快; 2) 在相同的加权证据组方法中, 与  $d_j$  相比,  $d_{PBet}$  有助于提高收敛速度, 性质更好。

## 7 结束语

大部分现有的相似性/相异性测度不能全面准确地量化证据之间的冲突程度, 针对这一问题, 本文定义了幂 Pignistic 概率距离, 将其

表 5 8 种证据组合方法的结果对比

方法	$m_1, m_2$	$m_1, m_2, m_3$	$m_1, m_2, m_3, m_4$	$m_1, m_2, m_3, m_4, m_5$
Dempster 规则	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
	$m(B) = 0.8571$	$m(B) = 0.6316$	$m(B) = 0.3288$	$m(B) = 0.1404$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.3684$	$m(C) = 0.6712$	$m(C) = 0.8596$
Yager 法	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$	$m(A) = 0$
	$m(B) = 0.18$	$m(B) = 0.018$	$m(B) = 0.0018$	$m(B) = 0.00018$
	$m(C) = 0.03$	$m(C) = 0.0105$	$m(C) = 0.00368$	$m(C) = 0.00110$
	$m(ABC) = 0.79$	$m(ABC) = 0.9715$	$m(ABC) = 0.99452$	$m(ABC) = 0.99872$
Wen 法( $\cos \theta$ 法)	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.6373$	$m(A) = 0.9026$	$m(A) = 0.9631$
	$m(B) = 0.8571$	$m(B) = 0.1436$	$m(B) = 0.0073$	$m(B) = 0.0011$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.2191$	$m(C) = 0.0832$	$m(C) = 0.0260$
		$m(AC) = 0.0070$	$m(AC) = 0.0098$	
Yu 法( $d_{sp}$ 法)	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.6364$	$m(A) = 0.8924$	$m(A) = 0.9605$
	$m(B) = 0.8571$	$m(B) = 0.1424$	$m(B) = 0.0082$	$m(B) = 0.0011$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.2211$	$m(C) = 0.0700$	$m(C) = 0.0206$
		$m(AC) = 0.0293$	$m(AC) = 0.0178$	
$sim_{\tau_a}$ 法	$m(A) = 0$	$m(A) = 0.7063$	$m(A) = 0.9084$	$m(A) = 0.9659$
	$m(B) = 0.8571$	$m(B) = 0.0870$	$m(B) = 0.0057$	$m(B) = 0.0008$
	$m(C) = 0.1429$	$m(C) = 0.2067$	$m(C) = 0.0830$	$m(C) = 0.0270$
		$m(AC) = 0.0030$	$m(AC) = 0.0063$	
Murphy 法	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.5568$	$m(A) = 0.8653$	$m(A) = 0.9688$
	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.3562$	$m(B) = 0.0891$	$m(B) = 0.0156$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.0781$	$m(C) = 0.0382$	$m(C) = 0.0127$
	$m(AC) = 0.0088$	$m(AC) = 0.0075$	$m(AC) = 0.0029$	
$d_j$ 法	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.7369$	$m(A) = 0.9484$	$m(A) = 0.9869$
	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.1618$	$m(B) = 0.0120$	$m(B) = 0.0010$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.0915$	$m(C) = 0.0310$	$m(C) = 0.0088$
	$m(AC) = 0.0098$	$m(AC) = 0.0086$	$m(AC) = 0.0032$	
本文( $d_{P_{Bet}}$ 法)	$m(A) = 0.1543$	$m(A) = 0.7640$	$m(A) = 0.9520$	$m(A) = 0.9874$
	$m(B) = 0.7469$	$m(B) = 0.1351$	$m(B) = 0.0095$	$m(B) = 0.0008$
	$m(C) = 0.0988$	$m(C) = 0.0901$	$m(C) = 0.0296$	$m(C) = 0.0085$
	$m(AC) = 0.0108$	$m(AC) = 0.0090$	$m(AC) = 0.0033$	

与文献[13~15,20,21]中的 5 种相似性/相异性测度进行了比较,数值算例的结果表明:文献[13~15, 21]中的 4 种相似性/相异性测度在一些情况下会得到不合理结果,文献[20]中的相似性/相异性测度以及本文定义的幂 Pignistic 概率距离获得的结果合理,能准确地量化证据之间的冲突程度。

在此基础上,提出了基于幂 Pignistic 概率距离的加权证据组合方法,针对证据之间冲突程度不同的情况,将其与文献[1, 3, 5, 13~17]中的 8 种证据组合方法分别进行了比较,数值算例的结果表明:在冲突剧烈的情况下,本文方法的组合结果比文献[1,3,5]中 3 种方法的组合结果更合理;在冲突较小的情况下,本文方法的组合结果合理,且与文献[1]中 Dempster 规则的组合结果最接近;与采用其他相似性/相异性

测度的方法相比,本文方法的收敛速度更快。

总之,在综合考虑相似性/相异性测度的合理性和证据组合方法的收敛速度 2 个因素的情况下,本文定义的幂 Pignistic 概率距离以及提出的证据组合方法更具优势。

参考文献:

- [1] DEMPSTER A P. Upper and lower probabilities induced by a multi-valued mapping[J]. Annals of Mathematical Statistics, 1967, 38(4): 325-339.
- [2] ZADEH L. A simple view of the Dempster-Shafer theory of evidence and its implication for the rule of combination[J]. AI Magazine, 1986, 7(2): 85-90.
- [3] YAGER R R. On the Dempster-Shafer framework and new combination rules[J]. Information Sciences, 1987, 41(2): 93-137.
- [4] SMETS P. The combination of evidence in the transferable belief

- model[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12(5): 447-458.
- [5] 孙全, 叶秀清, 顾伟康. 一种新的基于证据理论的合成公式[J]. 电子学报, 2000, 28(8): 117-119.  
SUN Q, YE X Q, GU W K. A new combination rule of evidence[J]. Acta Electronica Sinica, 2000, 28(8): 117-119.
- [6] LEFEVRE E, COLOT O, VANNOORENBERGHE P. Belief functions combination and conflict management[J]. Information Fusion, 2002, 3(2): 149-162.
- [7] FU Y W, YANG W. Combination rule based on proportional redistribution of generalized conflict for evidence theory[J]. Chinese Journal of Electronics, 2014, 23(3): 533-538.
- [8] 权文, 王晓丹, 王坚, 等. 一种基于局部冲突分配的 DST 组合规则[J]. 电子学报, 2012, 40(9): 1880-1884.  
QUAN W, WANG X D, WANG J, et al. New combination rule of DST based on local conflict distribution strategy[J]. Acta Electronica Sinica, 2012, 40(9): 1880-1884.
- [9] 陈圣群, 王应明. 证据的分组合成法[J]. 控制与决策, 2013, 28(4): 574-578.  
CHEN S Q, WANG Y M. Grouping method for combining evidence[J]. Control and Decision, 2013, 28(4): 574-578.
- [10] 张鑫, 牟龙华. 基于局部冲突消除的证据合成法则[J]. 系统工程与电子技术, 2016, 38(7): 1594-1599.  
ZHANG X, MU L H. Evidence combination rule based on local conflict elimination[J]. Systems Engineering and Electronics, 2016, 38(7): 1594-1599.
- [11] 陈雁飞, 夏学知, 胡丹桂, 等. 基于试探折扣修正的证据组方法[J]. 电子学报, 2014, 42(4): 756-765.  
CHEN Y F, XIA X Z, HU D G, et al. Evidence combination based on tentative discount of evidences[J]. Acta Electronica Sinica, 2014, 42(4): 756-765.
- [12] 罗贺, 尹艳平, 胡笑旋, 等. 基于可信因子的证据源修正方法[J]. 系统工程与电子技术, 2015, 37(6): 1459-1464.  
LUO H, YIN Y P, HU X X, et al. Method to modify evidence source based on trustworthy factors[J]. Systems Engineering and Electronics, 2015, 37(6): 1459-1464.
- [13] WEN C L, WANG Y C, XU X B. Fuzzy information fusion algorithm of fault diagnosis based on similarity measure of evidence[C]//Advances in Neural Networks Lecture Notes in Computer Science. 2008: 506-515.
- [14] YU C, YANG J H, YANG D B, et al. An improved conflicting evidence combination approach based on a new supporting probability distance[J]. Expert Systems with Applications, 2015, 42(12): 5139-5149.
- [15] 毕文豪, 张安, 李冲. 基于新的证据冲突衡量的加权证据融合方法[J]. 控制与决策, 2016, 31(1): 73-78.  
BI W H, ZHANG A, LI C. Weighted evidence combination method based on new evidence conflict measurement approach[J]. Control and Decision, 2016, 31(1): 73-78.
- [16] MURPHY C K. Combining belief functions when evidence conflicts[J]. Decision Support Systems, 2000, 29(1): 1-9.
- [17] 邓勇, 施文康, 朱振福. 一种有效处理冲突证据的组合方法[J]. 红外与毫米波学报, 2004, 23(1): 27-32.  
DENG Y, SHI W K, ZHU Z F. Efficient combination approach of conflict evidence[J]. J Infrared Millim Waves, 2004, 23(1): 27-32.
- [18] 肖建于, 童敏明, 朱昌杰, 等. 基于 Pignistic 概率距离的改进证据组合规则[J]. 上海交通大学学报, 2012, 46(4): 636-645.  
XIAO J Y, TONG M M, ZHU C J, et al. Improved combination rule of evidence based on Pignistic probability distance[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2012, 46(4): 636-645.
- [19] JOUSSELME A L, MAUPIN P. Distances in evidence theory: comprehensive survey and generalizations[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2012, 53(2): 118-145.
- [20] JOUSSELME A L, GRENIER D, BOSSE E. A new distance between two bodies of evidence[J]. Information Fusion, 2001, 2(1): 91-101.
- [21] TESSEM B. Approximations for efficient computation in the theory of evidence[J]. Artificial Intelligence, 1993, 61(2): 315-329.
- [22] 李昌玺, 周焰, 王盛超, 等. 多源信息融合中一种新的证据合成算法[J]. 上海交通大学学报, 2016, 50(7): 1125-1131.  
LI C X, ZHOU Y, WANG S C, et al. A novel combination rule of evidence theory in multi-source information fusion[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2016, 50(7): 1125-1131.
- [23] 王亮, 吕卫民, 滕克难, 等. 基于分类修正的多证据合成方法[J]. 控制与决策, 2015, 30(1): 125-130.  
WANG L, LV W M, TENG K N, et al. Combination method of multi-evidence based on classification correction[J]. Control and Decision, 2015, 30(1): 125-130.
- [24] HAN D Q, DENG Y, HAN C Z, et al. Some notes on betting commitment distance in evidence theory[J]. Science China-Information Sciences, 2012, 55(3): 558-565.

## [作者简介]



朱京伟 (1990-), 男, 陕西咸阳人, 空军工程大学博士生, 主要研究方向为模式识别、智能信息处理等。

王晓丹 (1966-), 女, 陕西汉中, 空军工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为机器学习、模式识别、智能信息处理等。

宋亚飞 (1988-), 男, 河南汝州人, 空军工程大学博士生, 主要研究方向为模式识别、智能信息处理等。

黄文龙 (1973-), 男, 重庆人, 空军工程大学副教授, 主要研究方向为智能信息处理、图像解译等。